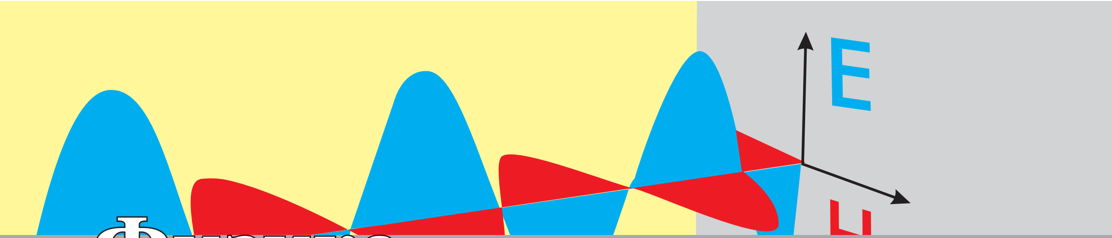
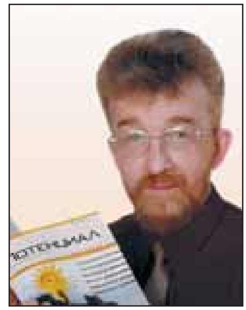




Лукьянов Андрей Александрович

Кандидат физико-математических наук, закончил физический факультет МГУ, преподаватель кафедры общей физики Московского физико-технического института (МФТИ), сотрудник РНЦ «Курчатовский институт», доцент Российского государственного социального университета.

Электростатика в числах – больших и малых. Часть 1

В статье, адресованной старшеклассникам, рассмотрено несколько поучительных примеров «на числа» из раздела «Электростатика».

Пример 1. Какой величины заряд приходит на Землю, когда в неё ударяет молния?

Решение. Спросите об этом какого-нибудь знакомого школьника (а если Вы сами ещё школьник, спросите одноклассника). Вы, скорее всего, услышите, что этот заряд порядка миллиона, может быть, даже миллиарда кулон. А правильный ответ – порядка 10-20 Кл – пожалуй, удивит школьника своей «неправдоподобно малой» величиной. Разумеется, заряд 10-20 Кл относится к средней по энергии молнии. Бывают молнии и «посильнее», – например, в 200 Кл, – но всё же ни о каких молниях (на Земле!) с зарядами в миллион кулон речь идти не может. Таким зарядом не обладает и вся Земля в целом.

Пример 2. Чему равен заряд Земли?

Решение. Этот заряд отрицателен и равен по модулю примерно 500 тыс. кулон. Уточним сказанное. В Земле (не в атмосфере Земли) среднее число отрицательно заряженных электронов несколько превосходит число положительных ионов, поэтому здесь нет полной компенсации отрицательных зарядов положительными. В атмосфере всё наоборот: имеется некоторый избыток положительных зарядов (ионов). Вместе с положительным зарядом атмосферы общий заряд Земли близок к нулю.

Заряд самой Земли (без атмосферы) в полмиллиона кулон кажется слишком маленьким. Мы просто привыкли к тому, что в мире астрономии многие величины измеряются очень большими числами (например, масса Земли равна $6 \cdot 10^{21}$ т, а масса её атмосферы $5 \cdot 10^{15}$ т).

Читатель ещё может спросить: «А откуда физики узнали о величине заряда Земли? Кто произвёл «перепись» всех её зарядов? Каким образом можно было их все просуммировать?» Разумеется, никаким суммированием всех зарядов Земли никто из физиков не занимался. Это сделать вообще невозможно. Физики не измерили, а вычислили заряд Земли. Они заметили, что вблизи её поверхности существует почти постоянное электрическое поле, перпендикулярное поверхности и направленное вниз, т.е. к центру Земли. Напряжённость поля E равна примерно 100-130 В/м. Они также знали, что вблизи равномерно заряженной сферы (или шара) электрическое поле точно такое же, какое создавал бы весь заряд Q этой сферы, сосредоточенный в её центре. Дальше нужно лишь воспользоваться формулой для напряженности поля этого точечного заряда $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}$, выразив из неё заряд Q и положив $R = 6370$ км. Здесь учтено, что положительный заряд атмосферы никакого вклада в напряжённость электрического поля вблизи поверхности Земли не вносит.

Пример 3. Во сколько раз сила кулоновского отталкивания двух электронов больше силы их гравитационного притяжения?

Решение. Проведём вычисление:

$$\frac{F_{\text{эл}}^{ee}}{F_{\text{гр}}^{ee}} = \frac{e^2 / 4\pi\varepsilon_0 r^2}{Gm^2 / r^2} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 Gm^2} = \frac{ke^2}{Gm^2} =$$

$$= \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}(0{,}91 \cdot 10^{-30})^2} \approx 4 \cdot 10^{42},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \, \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$.

Как видите, кулоновская сила отталкивания двух электронов во много-много раз больше силы их гравитационного притяжения (вот вам и всемирное тяготение!). По этой причине почти во всех «электрических задачах» силой гравитации, как правило, пренебрегают. Например, траекторию электрона в электронно-лучевой трубке телевизора рассчитывают без учёта сил гравитации.

Возникает, правда, вопрос: если электростатическая сила во столько раз больше гравитационной, то почему именно гравитационная сила управляет движением звёзд и планет, а не электрическая? И почему сила тяжести, ощущаемая нами, обусловлена именно гравитационным притяжением Земли, а не электростатическим? Причина состоит в том, что хотя люди, Земля, другие планеты, звёзды состоят из громадного числа заряженных частиц – электронов и протонов (о нейтронах здесь говорить не будем), однако почти точно половина этих заряженных частиц имеют заряд одного знака, а другая половина (именно половина) – имеет заряд противоположного знака. Электрическая нейтральность в целом макроскопических тел приводит к «обнулению» электрических эффектов: силы притяжения между разноименно заряженными частицами двух разных тел практически в точности компенсируются силами отталкивания между частицами этих же тел, заряженными одноименно. В то же время, силы гравитационного взаимодействия между любыми частицами (протонами и протонами, протонами и электронами или протонами и нейтронами) – это всегда силы притяжения, их просто нечем компенсировать.

Пример 4. Известно, что единицей измерения расстояния в системе СИ является 1 м, а единицей электрического заряда – 1 Кл. А теперь вопрос: с какой силой взаимодействовали бы друг с другом два точечных заряда величиной в 1 Кл, если бы они оказались на расстоянии 1 м друг от друга?

Решение. Нередко на этот вопрос можно услышать ответ: сила взаимодействия двух единичных точечных зарядов, находящихся на единичном расстоянии друг от друга, равна единице, т.е. одному ньютону. Автор не раз слышал этот ответ. А вот правильный ответ, получаемый непосредственно из закона Кулона (с учётом важного множителя $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$!),

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{R^2} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Н}$$

удивляет «неправдоподобно большой» величиной. Удивление (и даже сомнение в правильности результата) лишь увеличивается, если добавить к этому, что вычисленная сила в 2250 раз больше силы тяги всех четырёх двигателей 1-й ступени космического корабля «Союз»! Вообразите себе только 2250 стартовых площадок с одновременно стартующими ракетами массой 300 т каждая!

Невозможно представить себе, как мы могли бы удержать в комнате (например, на лабораторном столе) пару зарядов в 1 Кл каждый, но с такими зарядами в лабораторных условиях никогда и не имеют дело, и рассмотренный пример не реалистичен (и разобран здесь лишь с целью подчеркнуть это). Именно поэтому в формулировке вопроса было употреблено сослагательное наклонение.

Заряд в 1 Кл – это очень большой заряд по меркам обыденной жизни. Так уж вышло, что в качестве единицы измерения заряда в СИ был выбран этот очень большой заряд. Вот и приходится все обычные заряды измерять в малых долях кулона.

С какими же по величине зарядами мы имеем дело в быту и с какими зарядами имеют дело физики в лабораториях?

Пример 5. Каков заряд стеклянной палочки, потёртой о шёлк?

Решение. Он порядка $+10^{-7}$ Кл, т.е. в 10 раз меньше одной миллионной доли кулона. Разумеется, к приведённой величине ($+10^{-7}$ Кл) нужно относиться как к ориентировочной (и палочки бывают разными, и натирать их можно по-разному). А вот к числам из следующего примера надо отнестись с бо́льшим доверием.

Пример 6. Какой максимальный заряд можно накопить на металлическом шарике радиусом $R = 0{,}01$ м, чтобы ещё не происходило пробоя воздуха и стекания заряда с шарика в результате этого? «Пробойная» напряжённость электрического поля в сухом воздухе порядка $3 \cdot 10^6$ В/м.

Решение. Этот заряд составляет всего $(1/3) \cdot 10^{-7}$ Кл $\approx 0{,}03$ мкКл. При радиусе шара $R = 10$ см $= 0{,}1$ м (т.е. на порядок больше) этот максимальный заряд составит уже $3 \cdot 10^{-6}$ Кл (т.е. будет на два порядка больше). Физики научились получать в лабораториях значительно бо́льшие заряды, используя шары диаметром в несколько метров и помещая их в камеры со сжатым воздухом с давлением порядка 10 атм. В этом случае пробой газа наступает при бо́льших напряжениях. При радиусе $R = 1$ м шар можно зарядить до потенциала $3 \cdot 10^6$ В (уже при обычном атмосферном давлении окружающего воздуха), что соответствует заряду на шаре $0{,}3 \cdot 10^{-3}$ Кл и напряжённости электрического поля вблизи его поверхности, равной «пробойному» значению.

Все оценки, относящиеся к предыдущему примеру, легко провести самостоятельно, воспользовавшись известными формулами для напряжённости и потенциала электрического поля вблизи равномерно заряженного шара радиусом R заряда Q:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R^2}, \qquad (1)$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{R}. \qquad (2)$$

Пример 7. Оценить силу f взаимодействия двух шариков радиусом $r = 1$ см каждый, заряженных до максимально возможного заряда (чтобы ещё не происходило пробоя воздуха между ними) и расположенных на расстоянии (между их центрами) $d = 1$ м друг от друга. Пробойная напряжённость электрического поля в сухом воздухе $E_m \approx 3 \cdot 10^6$ В/м. Сделать то же самое (F=?) для шаров радиусом R 10 см и того же расстояния между их центрами. Считать, что расстояние между шарами значительно больше их размеров, поэтому заряды распределены по поверхностям шаров равномерно.

Решение. Величины максимальных зарядов q_m можно рассчитать по формуле (1), зная E_m, или взять из примера 6. Имеем

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_m^2}{d^2} = 10^{-5}\ \text{Н}, \quad F = 0{,}1\ \text{Н}.$$

Мы получили очень маленькие силы – ощутить рукой первую из них едва ли возможно. Вот почему, хотя электрические силы обычно считаются большими, заметить их не всегда легко (легче почувствовать притяжение одного магнита к другому или какого-нибудь железного предмета к магниту). Реально мы видим электрическое притяжение друг к другу лишь очень лёгких тел (например, листочков бумаги, волос, тонкой струйки воды к расчёске).

Пример 8. Если воздушный шарик потереть о ковёр или просто о волосы, то он приобретёт заряд порядка $0{,}1$ мкКл $= 10^{-7}$ Кл. Оценить потенциал шарика. Для оценки положить его радиус равным 0,1 м и считать, что заряд распределён по поверхности шарика равномерно.

Решение. По формуле (2) получаем, что потенциал шарика будет равен 9000 В! «Ого, – скажете Вы. – Не слишком ли много? Нет ли здесь ошибки?» Ведь 220 В в розетке – это уже много (по крайней мере, уже опасно). А тут почти 10 тыс. вольт! (И после этого детям позволяют ещё играть с воздушными шариками!)

Ошибки в оценке потенциала нет. Другое дело, что энергия, запасённая в шарике, оказывается чрезвычайно маленькой, и такой заряженный шарик не в состоянии произвести ощутимое разрушительное действие или нанести ущерб Вашему здоровью. Оценку его энергии можно произвести по формуле

$$W = \frac{1}{2} Q \cdot \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q^2}{2R} = \frac{kQ^2}{2R}. \qquad (3)$$

Получаем энергию

$$W = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (10^{-7})^2\ \text{Дж}}{2 \cdot 0{,}1} = 0{,}00045\ \text{Дж},$$

т.е. менее 0,0005 Дж.

Много это или мало? Если поднять книгу массой m = 1 кг на высоту h = 1 м, то она приобретёт потенциальную энергию mgh = 9,8 Дж. Если теперь эта книга упадёт Вам на ногу, Вы, безусловно, почувствуете удар, хотя вряд ли после этого обратитесь за медицинской помощью. А если с высоты в 1 м Вам на ногу упадёт льдинка объёмом в 1 см^3 (это примерно 1 г)? Разумеется, и в этом случае Вы почувствуете слабый удар, но уж, конечно, не придадите этому никакого значения. Между тем, потенциальная энергия одного грамма вещества, поднятого на высоту в 1 м, составляет 0,0098 Дж, т.е. примерно в 20 раз больше энергии рассмотренного выше заряженного воздушного шарика. Так следует ли опасаться 10 тыс. вольт на воздушном шарике? Ответ, думаю, ясен. Кстати, ещё один факт. Если перед выходом из машины поёрзать по сиденью, то потенциал человеческого тела может оказаться на 10-20 тыс. вольт выше потенциала Земли. Того же эффекта можно достичь дома, пошаркав ногой по ковру.

«Здесь всё понятно, – скажете Вы. – Но не ясно тогда, почему следует опасаться 220 В в розетке?» Ответ состоит в том, что воздушный шарик, разрядившись на Вас, быстро «израсходует» все свои 9 тыс. вольт, и через тело человека пройдёт незначительный заряд. А вот «израсходовать» 220 В в розетке весьма непросто: их непрерывно поддерживает (если сказать несколько грубо) электростанция. За время контакта с розеткой через тело человека может пройти значительный заряд, что опасно.

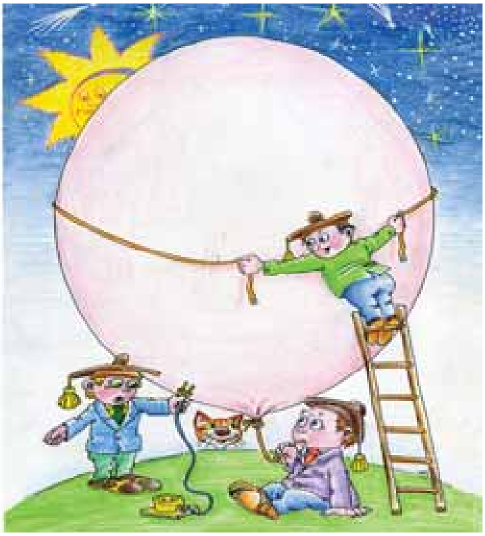
Пример 9. Оценить электроёмкость уединённого шара радиусом 6370 км (радиус Земли).

Решение. По формуле для ёмкости уединённого проводника $C=Q/\varphi$ с учётом формулы (2) получаем выражение для ёмкости уединённого шара:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R\,. \qquad (4)$$

Числовая оценка по этой формуле даёт значение $C \approx 0{,}7\cdot 10^{-3}$ Ф – меньше одного миллифарада. Даже шар радиусом, равным радиусу Солнца (это 696000 км), имел бы ёмкость $C \approx 0{,}077$ Ф, т.е. меньше одной десятой фарада.

Многим кажется странным, что



даже такие большие шары, как Земля и Солнце, обладают ёмкостью меньше одного фарада. Причина этого состоит в том, что в качестве единицы измерения в СИ выбрали один фарад – очень большую ёмкость.

«Почему же тогда, – спросит читатель, – в магазине всё-таки можно купить конденсаторы емкостью в сотни микрофарад, т.е. порядка 1/10 миллифарада? Ведь это уже близко к ёмкости Земли (0,7 мФ), хотя размеры таких конденсаторов куда как меньше 1/10 радиуса Земли».

Дело в том, что надо различать два разных (хотя и близких) понятия. Говоря о ёмкости Земли или Солнца, мы говорим о ёмкости уединённого проводника (т.е. одного единственного проводника, удалённого от всех других). Говоря же о конденсаторе, мы всегда имеем дело с двумя проводниками с равными по модулю и противоположными по знаку зарядами (чаще всего проводники близко расположены, но изолированы один от другого). При этом и определение ёмкости уединённого проводника отличается от определения ёмкости конденсатора:

• в 1-ом случае $C = Q/\varphi$, где φ – потенциал уединённого проводника с зарядом Q;

• во 2-ом случае $C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2)$, где Q – заряд проводника с потенциалом φ_1, $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов между двумя проводниками (обкладками) конденсатора, или напряжение.

Это кажущееся на первый взгляд незначительным различие в определениях ёмкостей приводит к совершенно разным формулам для ёмкости уединённого проводника и ёмкости конденсатора и разным порядкам значений этих величин.

Для ёмкости плоского конденсатора имеем известную формулу

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}, \tag{5}$$

где S – площадь пластин (обкладок) конденсатора, d – расстояние между ними, а ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами.

Пример 10. Оценить, какой должна быть площадь пластин плоского конденсатора с воздушным промежутком между пластинами ($\varepsilon \approx 1$) и расстоянием между ними 1 мм, чтобы ёмкость конденсатора равнялась 1 Ф.

Решение. Числовая оценка по формуле (5) даёт значение $S = 1{,}13 \cdot 10^8$ м^2. Если бы мы захотели изготовить такие пластины в форме квадратов, линейные размеры их оказались бы огромными: L = 10,6 км. Это сравнимо с «радиусом» Москвы (примерно 15 км). При меньшем расстоянии между пластинами, например, d =0,1 мм и использовании слюдяного диэлектрического слоя ($\varepsilon = 7{,}5$) мы получим несколько меньшие габариты конденсатора в один фарад, но всё равно внушительные: $S = 1{,}51 \cdot 10^6$ м^2, L = 1,23 км. Так что изготовить конденсатор ёмкостью «всего» в один фарад тоже не так-то просто.

За счёт чего же ёмкость конденсатора можно сделать большой, не делая его слишком громоздким? Ответ может подсказать формула (5): ёмкость конденсатора можно увеличить, либо уменьшая расстояние d между пластинами, либо применяя диэлектрические прослойки с большими значениями ε, либо увеличивая площадь обкладок (есть нетривиальные способы увеличения и этой величины).

В современных конденсаторах часто используют диэлектрические слои из титаната бария ($TiBaO_3$) с добавлением небольшого количества других оксидов. Обычно это – керамики, получаемые из тонкодисперсного порошка, размеры частиц которого порядка микрона (10^{-6} м). Толщины диэлектрических слоёв в таких конденсаторах порядка 10 мкм, а ε порядка нескольких тысяч (до 20000). Для ещё большего увеличения ёмкости применяют многослойные структуры, эффективно увеличивая площадь обкладок (число слоёв в таких конденсаторах бывает порядка 30-60).

В другом типе конденсаторов, в так называемых танталовых электролитических конденсаторах, также нашли хитрый способ увеличения площади поверхности обкладок. В них в качестве одной из обкладок используют пористую структуру из тантала, на поверхность которой наносят очень тонкий слой оксида этого металла, выполняющий роль диэлектрической прослойки, а поры заполняют проводящим диоксидом марганца, играющим роль второй обкладки. (Вначале, когда технология создания танталовых конденсаторов только отрабатывалась, поры заполняли электропроводящей жидкостью (электролитом), которая и служила второй обкладкой. Отсюда – название «электролитические конденсаторы». Однако присутствие жидкого компонента в конденсаторе вызывает затруднение – необходимость создания герметичного корпуса. В дальнейшем была разработана технология удаления жидкости: насыщение пор жидким нитратом марганца с последующим «выпариванием» жидкости (подробности см. в [5]).

В танталовых электролитических конденсаторах общая площадь поверхности обкладок исключительно велика, составляя 1 $м^2$ в 1 $см^3$ («газетный лист в объёме размером с кусок сахара»! [5]). Толщины диэлектрических слоёв в электролитических конденсаторах можно сделать в сотни раз меньше, чем в керамических конденсаторах (порядка 0,1 мкм), правда, изоляционные материалы, используемые в них (на основе тантала), имеют меньшую, чем в керамических конденсаторах, диэлектрическую проницаемость – от 8 до 27.

В заключение хотелось бы сказать ещё вот о чём. Уже говорилось, что единицы измерения заряда (кулон) и электроёмкости (фарад) – это очень большие единицы, и они не всегда удобны для измерения «бытовых» зарядов и ёмкостей. Спрашивается: почему же физики выбрали такие неудобные единицы измерений? Ответ состоит в том, что система единиц СИ (принятая как международный стандарт) удобна при измерении других, более важных величин – напряжения и силы тока. Вспомните: напряжение в сети равно 220 В, ЭДС батарейки – 1,5 или 4,5 В. Сила тока в бытовых электроприборах также имеет разумные значения: как правило, порядка десятых долей ампера, но не более 10-20 А (иначе сработает электрозащита). Согласитесь, что было бы крайне неудобно, если бы эти величины выражались числами типа 10^{12} или 10^{-12} вольт или ампер. Физикам при выборе единиц измерения пришлось пойти на компромисс: «пожертвовали» единицами заряда и электроёмкости, зато «выиграли» с единицами напряжения и силы тока.

Список литературы

1. Вильямс Э.Р. «Электризация грозовых облаков» // В мире науки (Scientific American – издание на русском языке), 1989, 1, с. 34.
2. Суорц Кл.Э. Необыкновенная физика обыкновенных явлений. Т. 2 – М.: Наука, 1986, 384 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. III, Электричество – М.: Наука, 1977, 688 с.
4. Тарасов Л.В. Физика в природе – М.: Вербум-М., 2002, 352 с.
5. Троттер Д.М. (мл.) «Конденсаторы» // В мире науки (Scientific American – издание на русском языке), 1988, 9, с. 50.
6. Уокер Дж. Физический фейерверк. – М.: Мир, 1989, 304 с.
7. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 2, вып. 5, Электричество и магнетизм. М.: Мир, 1965, 296 с.